

Modélisation et Quantification de la Rentabilité des Systèmes Éducatifs: Formation d'Une Année

Ghizlane Chaibi¹ and Mohammed El Khomssi²

¹ Facult des Sciences e Technique FAs MAROC.

Received: 10 December 2013 Accepted: 3 January 2014 Published: 15 January 2014

Abstract

Faculté des Sciences e Technique Fès, MAROC Résumé—Les chercheurs en économie d'éducation ont étudié le fonctionnement des systèmes éducatifs à l'aide de leurs caractéristiques (Hamidou Nacuzon Sall), l'un des axes de ces recherches est le calcul de la rentabilité qui joue un rôle central lorsqu'il s'agit de déterminer la qualité et la productivité d'une formation. Comme la poursuite des études est un investissement, il est possible de lui associer un taux de rendement. Nous proposons une formulation mathématique de telle façon que la rentabilité soit un zéro d'un polynôme très particulier, la recherche de ce zéro passe par deux étapes : Nous clôturons ce travail avec des résultats numériques, des commentaires et des interprétations. Mots-clés: coût, racine d'un polynôme, rentabilité, revenu, temps de retour. GJHSS-E Classification : FOR Code: 349999

Modelisation et Quantification de la Rentabilité des Systèmes Éducatifs Formation d'Une Année Strictly as per the compliance and regulations of: ? L'étude de l'existence et l'unicité de ce zéro. ? La détermination des conditions naturelles à fin d'appliquer une méthode numérique convenable.

Index terms— coût, racine d'un polynôme, rentabilité, revenu, temps de retour.
Mots-clés: coût, racine d'un polynôme, rentabilité, revenu, temps de retour.

1 I. Introduction

valuer la rentabilité d'un projet, c'est comparer les gains futurs de ce projet au coût initial de l'investissement. L'éducation définie comme le stock de connaissances accumulées par l'individu, est un capital, auquel on peut associer une rentabilité qui, elle-même, va déterminer le comportement de demande des individus (TEMPLE, 2001). On peut aussi déterminer la valeur actuelle nette de l'investissement. Les êtres humains peuvent investir en eux même pour devenir plus productifs de façon permanente toute leur vie (KHOTI, 1964), cet investissement nécessite des coûts dont la rentabilisation sera l'objectif. Dans ce papier, nous étudions cette notion de rentabilité pour ce qui concerne l'enseignement et la formation, et nous proposons une équation bilan qui tient compte du temps de formation (une année 1), et l'espérance de vie.

2 II. FORMULATION MATHÉMATIQUE DE LA RENTABILITÉ

a) Taux de rentabilité interne Évaluer un projet d'investissement conduit à comparer le capital investi à l'ensemble des cash-flows liés à ce projet, mais il est nécessaire d'actualiser les flux générés à la date début de l'investissement. Il existe quatre critères principaux d'évaluation: la valeur actuelle nette, l'indice de profitabilité, le délai de récupération du capital, et le taux de rentabilité interne (Nathalie, 2006). La valeur actuelle nette notée (VAN) se calcule en faisant la somme de tous les flux générés par le projet, chaque flux étant ramené à sa valeur actuelle à l'année 0: $0:????? = ?????????? + ? \delta ??? \delta ??? \delta ??? \delta ??? \delta ??? \delta ??? (1 + ??) ??(1)$

3 ??

Quand les dépenses d'investissement s'étalent sur plusieurs périodes, la valeur actuelle nette devient: 4 . S'il arrête ses études à ce niveau, il gagnera des revenus évalués à 1 pour la première année (deuxième année pour le premier), 2 pour la deuxième année,..., 2 pour la n ième année. $\frac{1}{1+r} + \frac{2}{(1+r)^2} + \dots + \frac{2}{(1+r)^n}$ (1 + r)

Les gains nets correspondant à l'investissement de celui qui a étudié une année de plus seront donc: 1 ? 2 1 pour la première année, 2 ? 2 pour la deuxième année, ?, 2 ? ? ? ? ? pour la n ième année.

Soit 0 la somme des divers coûts, nous expliquons le parcours possible à l'aide de la figure suivante. Ce qui donne le chemin expliquant le passage d'une année à une autre Fig. 1. Tenant compte de (1), le bilan opérationnel du passage d'une année d'étude à une autre jusqu'à l'arrêt d'étude nous permet de formuler le taux de rentabilité que nous notons simplement r comme suit: $(1+r)^0 = 1 + r + r^2 + \dots + r^n = 0$ avec r L'espérance de vie.

4 III. PROBLÈME INVERSE DE L'ANALYSE DE RENTABILITÉ a) Formulation mathématique

Précédemment, nous avons défini le taux de rentabilité r d'un investissement scolaire sur une année d'étude comme le taux d'actualisation vérifiant la relation: Preuve: Posons $f(r) = 1 + r + r^2 + \dots + r^n = 0$ la fonction au moins de deux dérivable définit par: $f'(r) = 1 + 2r + 3r^2 + \dots + nr^{n-1}$

$f'(r) > 0$ sa dérivée est: $f'(r) = 1 + 2r + 3r^2 + \dots + nr^{n-1}$

$f(r)$ est croissante pour $r > 0$ strictement positive et $\lim_{r \rightarrow 0} f(r) = 1$

donc elle admet une seule racine, mais est-elle simple?

Soit r la racine de f, pour montrer que cette racine est simple, il faut et il suffit de montrer que $f'(r) \neq 0$ ne s'annule pas. Supposons que r est une racine de la dérivée, donc r vérifie: $f(r) = 0$ et $f'(r) = 0$

or r racine de f, donc elle vérifie de plus: $1 + r + r^2 + \dots + r^n = 0$

Cette dernière égalité est impossible, car la somme des termes positifs non nuls ne peut pas être égale à zéro. Ainsi nous obtenons l'existence d'une racine simple unique strictement positive réalisant l'équation bilan. Reste à montrer qu'elle appartient à l'intervalle]1,2[puisque la rentabilité r \in]0,1[. Pour cela nous rappelons le théorème suivant: i.

5 Théorème(Lagrange)

Soit f le polynôme défini par:

$f(x) = 1 + r + r^2 + \dots + r^n$ supposons que $r > 0$ et que les r^i ne sont pas tous positives ou nul. Soit $r < 0$ le plus grand naturel tel que $r^i < 0$, posons $r = \max\{i \mid r^i < 0\}$ alors, tout zéro $x > 0$ de f est tel que: $x < 1 + r$

Il s'agit de l'inégalité de Lagrange qui détermine une boule localisant les racines.

À l'aide de ce théorème nous obtenons la proposition suivante: Proposition : Considérons f défini par: $f(x) = 1 + r + r^2 + \dots + r^n$ avec $r > 0$ et $r^i < 0$ tout zéro $x > 0$ de f est tel que $x < 1 + r$.

Preuve: La preuve de la proposition est une conséquence du théorème de Lagrange, en effet ce théorème postule qu'il existe $r > 0$ ce qui est le cas pour $r = 1$. Les autres coefficients sont toutes négatives si nous écrivons c) Algorithme de résolution Notre travail transforme la recherche de la rentabilité d'une formation d'une année à la recherche des zéros d'un polynôme défini à (partir de la différence des revenus et l'espérance de vie. Nous avons montré théoriquement l'existence d'un seul zéro simple pour ce polynôme dans l'intervalle]1,2[, ce qui permet pratiquement de choisir un algorithme convergent vers ce zéro. Nous proposons l'algorithme de Newton adapté à notre problème, ce choix est possible car lorsque la suite itérative converge vers la solution nous n'avons pas de problème de divergence. Puisque la dérivée du polynôme ne s'annule pas au voisinage de la racine. Ainsi nous avons l'algorithme suivant: $f'(x) = r + 2r^2 + 3r^3 + \dots + nr^{n-1}$ avec $r > 0$ et $r^i < 0$ et nous avons: $f(x) = 0$ et $f'(x) = 0$

Si nous remplaçons les données par leurs expressions, nous obtenons: $f(x) = 1 + r + r^2 + \dots + r^n$ et $f'(x) = r + 2r^2 + 3r^3 + \dots + nr^{n-1}$

le test d'arrêt est simple, il suffit d'avoir : Remarquons que F 1 est toujours plus rentable que F 2 même si elles ont un revenu de base identique et un taux de variation de F 1 qui est inférieur à celui de F 2. Ceci étant

dû au fait que les dépenses de F 1 sont inférieure à ceux de F 2 .?? ?? = | δ ??”δ ??” ??+1 ? δ ??”δ ??” ?? | < ?? donnée.

Remarquons également que F 4 est la plus rentable parmi les quatre filières, même avec la plus petite valeur du taux de variation (1%), c’est une conséquence directe du fait que le revenu de base est élevé en comparaison à ceux des autres filières étudiées.

6 a) Commentaire sur les graphes obtenus Nous constatons que

Les fonctions sont presque constante jusqu’à une valeur à partir de la quelle il varie rapidement (presque exponentiellement). Cela peut être expliqué par le recouvrement des coûts d’un certain nombre d’années d’activités professionnelles.

La figure ??, qui contient les courbes de diverses situations, montre l’influence des deux données à savoir le revenu ainsi que le taux de sa variation. Nous pouvons conclure qu’on peut classifier en trois grandes catégories socioprofessionnelles la rentabilité d’un système éducatif à partir des trois possibilités : -Salaire de base faible avec un taux de variation élevé. -Salaire de base élevé avec un taux de variation faible. -Salaire de base élevé avec un taux de variation élevé.

Une étude numérique nécessite des données réelles, chose que nous désirons faire dans un travail ultérieur.

V.

7 CONCLUSION

La modélisation générale du bilan de rentabilité, nous a donné un polynôme très particulier dont la racine représente la rentabilité. L’existence et l’unicité sont assurées par une étude analytique de ce polynôme.

La technique numérique proposée complète cette étude en appliquant ce travail sur des données liées au système éducatif au MAROC. Dans un prochain papier, nous chercherons la rentabilité d’une formation durant N année au lieu d’une seule année. Nous travaillerons également sur la notion de moyenne via une écriture de groupe où lieu d’un individu.

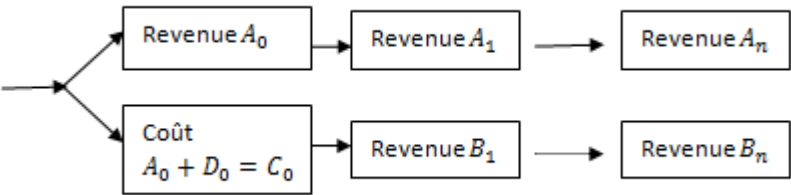


Figure 1: ? 1 ??=0 = 0

¹Dans un travail en cour de rédaction, nous cherchons la rentabilité d’une formation préparée sur N année, et nous tenons compte de la durée du chômage qui est une réalité sociale, ce qui rend l’écriture mathématique plus générale.


²Les coûts directs sont des coûts liés à la poursuite des études (les droits d’inscriptions, l’accès à la bibliothèque, les activités sportives...).

³La plus petite espérance de vie est 32 de Swaziland.(T >32), pour cette raison il est très difficile, voire



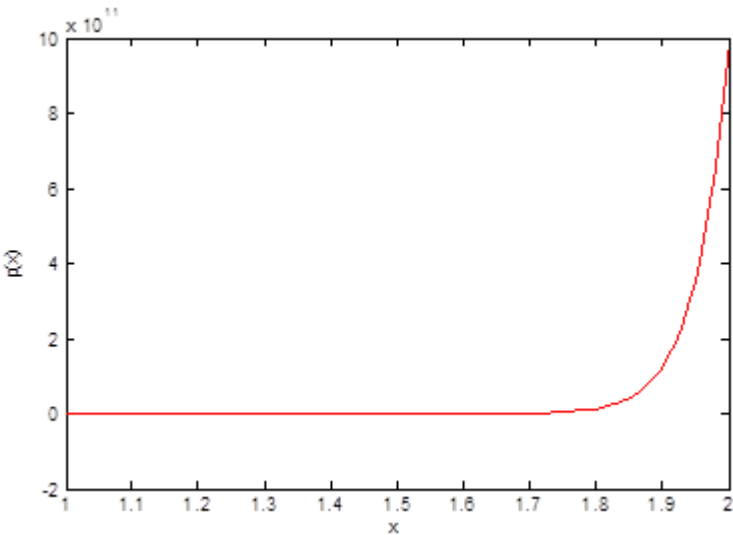
11

Figure 2: $1) = 1 ?$



	F_1	F_2	F_3	F_4
Dépense	4515.36	9030.72	13546.08	9030.72
Revenus	8127.648	8127.648	8127.648	13546.08
Taux	1%	1.2%	1.3%	1%

Figure 3:



23

Figure 4: Figure : 2 Figure : 3

Figure 5:

Year leurs caractéristiques
2014 (Hamidou Nacuzon
Sall), l'un des axes

(E E
)

Global
Jour-
nal
of
Hu-
man
So-
cial
Sci-
ence

-

Author ?: Professeur
d'enseignement
supérieur, Faculté
Sciences et Technique
Fès MAROC. e-
mail: khomsix-

math@yahoo.fr des

Author ?: Étudiant
doctorante chercheur
au Laboratoire de
Modélisation et
Calcul Scientifique
Faculté des Sciences
et Technique Fès
MAROC. e-mail: Ghi-
zlane.CHAIBI@usmba.ac.ma

?? -Le taux d'actualisation à utiliser noté ?? est le taux
de ?? (2) rentabilité minimum exigé par l'entreprise.
Théoriquement, ce taux représente le coût des capi-
taux utilisés par l'entreprise. -Le taux de rentabilité
d'un projet noté (TRI) est le taux d'actualisation qui
donne une VAN nulle, il est utilisé comme critère
d'élimination ou comme critère de comparaison entre
les projets de même nature (REVERDY, 1997). b)
Rentabilité interne d'une année Un étudiant venant de
terminer un niveau donné, peut soit passer à un niveau
supérieur, soit arrêter ses études pour intégrer le milieu
professionnel

(GRAVOT, 2007). Dans le premier cas il obtiendra un
flux de revenus évalué à ?? 0 l'année suivante, ?? 1 la
deuxième année,..., ?? ???1 la n ième année. Dans
le deuxième cas, s'il continue ses études une année
supplémentaire, il subira pendant cette

année des coûts directs 2 et indirects 3 ?? 0 et des
coûts

© 2014 Global Journals
Inc. (US)

[Note: d'opportunité]

Figure 6:

Pour compléter cette modélisation, nous allons définir trois inégalités :

-Le bon sens de la modélisation impose que
 $\forall x \in \{1, 2, \dots, 5\} \quad \frac{dU}{dx} > 0$ car il n'y a aucun intérêt d'ajouter une année d'étude sans avoir un impact économique, sauf cause culturelle, qui n'est pas l'objectif dans ce papier.

[Note: 3 Les coûts indirects sont des dépenses spécifiques liées aux études (achat de livres, de photocopies...). 4 Le coût d'opportunité des études c'est le profil de revenus auxquels peut prétendre l'étudiant qui s'arrête les études au niveau de référence.-]

Figure 7:

impossible d'exprimer ses zéros à partir de ses coefficients. Par conséquent, nous étudions le polynôme comme une fonction analytique.

-
- 123 [Gravot ()] *E_Thème N1: Capital Humain et Demande de Formation Initiale*, P Gravot . 2007.
- 124 [Temple ()] *Effet de l'éducation et du capital social sur la croissance dans les pays de l'OCDE*, Temple . 2001.
- 125 (Revue Economique de l'OCDE)
- 126 [Reverdy ()] *Evaluation de la Rentabilité Economique d'un projet d'Investissement*, Reverdy . 1997.
- 127 [Nathalie (2006)] *Finance d'entreprise, chapitre 2 la décision de l'investissement*, G Nathalie . 29-6-2006.
- 128 [Hamidou Nacuzon Sall] J M Hamidou Nacuzon Sall . *Mesure et évaluation en éducation*, 19.
- 129 [Khoti ()] *Le Rendement de l'Education*, Khoti . 1964. p. e5.
- 130 [Table : 2 La variation de la rentabilité avec l'espérance de vie] *Table : 2 La variation de la rentabilité avec*
- 131 *l'espérance de vie*,