

# Modélisation et Quantification de la Rentabilité des Systèmes Éducatifs: Formation d'Une Année

Ghizlane Chaibi<sup>1</sup> and Mohammed El Khomssi<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Facult des Sciences e Technique FAs MAROC.

Received: 10 December 2013 Accepted: 3 January 2014 Published: 15 January 2014

## - Abstract

**Abstract**  
Faculté des Sciences e Technique Fès, MAROCR Résumé-Les chercheurs en économie d'éducation ont étudié le fonctionnement des systèmes éducatifs à l'aide de leurs caractéristiques (Hamidou Nacuzon Sall), l'un des axes de ces recherches est le calcul de la rentabilité qui joue un rôle central lorsqu'il s'agit de déterminer la qualité et la productivité d'une formation. Comme la poursuite des études est un investissement, il est possible de lui associer un taux de rendement. Nous proposons une formulation mathématique de telle façon que la rentabilité soit un zéro d'un polynôme très particulier, la recherche de ce zéro passe par deux étapes : Nous clôturons ce travail avec des résultats numériques, des commentaires et des interprétations. Mots-clés: coût, racine d'un polynôme, rentabilité, revenu, temps de retour. GJHSS-E Classification : FOR Code: 349999  
Modelisation et Quantification de la Rentabilité des Systèmes Educatifs Formation d'Une Année Strictly as per the compliance and regulations of: ? L'étude de l'existence et l'unicité de ce zéro. ? La détermination des conditions naturelles à fin d'appliquer une méthode numérique convenable.

**Index terms**— coût, racine d'un polynôme, rentabilité, revenu, temps de retour.  
Mots-clés: coût, racine d'un polynôme, rentabilité, revenu, temps de retour.

24 1 I. Introduction

25 valuer la rentabilité d'un projet, c'est comparer les gains futurs de ce projet au coût initial de l'investissement.  
26 L'éducation définie comme le stock de connaissances accumulées par l'individu, est un capital, auquel on peut  
27 associer une rentabilité qui, elle-même, va déterminer le comportement de demande des individus (TEMPLE,  
28 2001). On peut aussi déterminer la valeur actuelle nette de l'investissement. Les êtres humains peuvent investir  
29 en eux même pour devenir plus productifs de façon permanente toute leur vie (KHOTI, 1964), cet investissement  
30 nécessite des coûts dont la rentabilisation sera l'objectif. Dans ce papier, nous étudions cette notion de rentabilité  
31 pour ce qui concerne l'enseignement et la formation, et nous proposons une équation bilan qui tient compte du  
32 temps de formation (une année 1 ), et l'espérance de vie.

## **II. FORMULATION MATHÉMATIQUE DE LA RENTABILITÉ**

## 5 THÉORÈME(LAGRANGE)

3 ??

46 Les gains nets correspondant à l'investissement de celui qui a étudié une année de plus seront donc:?? 1 ? ??  
47 1 pour la première année, ?? 2 ? ?? 2  
48 pour la deuxième année,?, ?? ?? ? ?? ?? ?? pour la n ième année.

49 Soit ?? 0 la somme des divers coûts, nous expliquons le parcours possible à l'aide de la figure suivante. Ce  
 50 qui donne le chemin expliquant le passage d'une année à une autre Fig. ?? Tenant compte de (1), le bilan  
 51 opérationnel du passage d'une année d'étude à une autre jusqu'à l'arrêt d'étude nous permet de formuler le taux  
 52 de rentabilité que nous notons simplement ?? comme suit: ?? 1 ? ?? 1 ) (1 + ??) + ?? 2 ? ?? 2 (1 + ??) 2 + ?  
 53 + ?? ?? ? ?? ?? (1 + ??) ?? = ?? 0 (3)  
 54 avec ?? L'espérance de vie.

34 avec ... L'espérance de vie.

### III. PROBLEME INVERSE DE L'ANALYSE DE RENTABILITÉ a) Formulation mathématique

57 Précédemment, nous avons défini le taux de rentabilité  $\delta$  d'un investissement scolaire sur une année d'étude  
 58 comme le taux d'actualisation vérifiant la relation: Preuve: Posons  $\delta = \frac{1}{1+r}$  la fonction au moins de deux  
 59 dérivable définit par:  $r = \frac{\delta - 1}{\delta}$  (1 +  $\frac{1}{1+r}$ )  $= \frac{1}{1+r} = \frac{1}{1+\frac{1}{1+r}} = \frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+r}}} = \dots$   
 60  $\delta = \frac{1}{1+r} = 1 - \frac{1}{1+r} = 1 - \frac{1}{1+\frac{1}{1+r}} = \dots$

63  $\delta$  ???" $\delta$  ???" est croissante pour  $\delta$  ???" $\delta$  ???" strictement positive et l'im  $\delta$  ???" $\delta$  ???"?0 +  $\delta$  ???" $\delta$  ???"( $\delta$  ???" $\delta$  ???"') = ???"  
 64  $\lim \delta$  ???" $\delta$  ???"?+?  $\delta$  ???" $\delta$  ???"( $\delta$  ???" $\delta$  ???"') = 1

donc elle admet une seule racine, mais est-elle simple?

69 or ?? racine de ??, donc elle vérifie de plus :?? 0 + ? ?? ?? (1 ? ?? ?? ???1 ??=1  
70 )?? ?? = 0

71 Cette dernière égalité est impossible, car la somme des termes positifs non nuls ne peut pas être égale à zéro.  
 72 Ainsi nous obtenons l'existence d'une racine simple unique strictement positive réalisant l'équation bilan. Reste à  
 73 montrer qu'elle appartient à l'intervalle  $]1,2[$  puisque la rentabilité  $r \in ]0,1[$ . Pour cela nous rappelons le théorème  
 74 suivant: i.

## 75 5 Théorème(Lagrange)

76 Soit ?? le polynôme défini par:

$\delta$  et  $\alpha$  polynômes de degrés pairs. Supposons que  $\alpha$  et  $\delta$  ne sont pas tous les deux nuls. Soit  $n$  le plus grand naturel tel que  $\alpha(n) < 0$ , posons  $m = \max\{n+1, |\alpha(n)|\}$ . Alors, tout zéro  $x > 0$  de  $\alpha$  est tel que  $\delta(x)\delta'(x) < 1 + \alpha(n)$ .

Il s'agit de l'inégalité de Lagrange qui détermine une boule localisant les racines.

<sup>81</sup> À l'aide de ce théorème nous obtenons la proposition suivante: Proposition : Considérons ?? défini  
<sup>82</sup> par: ??(δ ???"δ ??") = δ ???"δ ???" ?? ? ? ?? ?? δ ???"δ ???" ?? ??1 ??=0 avec ?? ?? ?? ]0,1[ ? ?? < ?? tout  
<sup>83</sup> zéro δ ???"δ ???" de ?? est tel que δ ???"δ ???" ??1,2[.

Preuve: La preuve de la proposition est une conséquence du théorème de Lagrange, en effet ce théorème postule qu'il existe  $\xi \in ]1,2[$  tel que  $f'(\xi) = \frac{f(2) - f(1)}{2 - 1}$ . Les autres coefficients sont toutes négatives si nous écrivons  $c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + c_3 x^3 + c_4 x^4 + c_5 x^5 + c_6 x^6 + c_7 x^7 + c_8 x^8 + c_9 x^9 + c_{10} x^{10} = 0$ . Algorithme de résolution Notre travail transforme la recherche de la rentabilité d'une formation d'une année à la recherche des zéros d'un polynôme définit à (partir de la différence des revenus et l'espérance de vie. Nous avons montré théoriquement l'existence d'un seul zéro simple pour ce polynôme dans l'intervalle  $]1,2[$ , ce qui permet pratiquement de choisir un algorithme convergeant vers ce zéro. Nous proposons l'algorithme de Newton adapté à notre problème, ce choix est possible car lorsque la suite itérative converge vers la solution nous n'avons pas de problème de divergence. Puisque la dérivée du polynôme ne s'annule pas au voisinage de la racine. Ainsi nous avons l'algorithme suivant:  $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$ . Nous savons que  $f(1) < 0$  et  $f(2) > 0$ , donc il existe au moins un zéro dans l'intervalle  $[1,2]$ . Ensuite, nous devons trouver une valeur initiale  $x_0$  dans cet intervalle. Nous pouvons utiliser la méthode de dichotomie ou une autre méthode pour trouver une approximation de la racine. Une fois que nous avons une valeur initiale, nous pouvons appliquer l'algorithme de Newton pour trouver la racine avec une précision donnée.

95 Si nous remplaçons les données par leurs expressions, nous obtenons:  $\delta ???" \delta ???" ?? + 1 = (?? ? 1) \delta ???" \delta ???"$   
 96  $?? ?? + ? (\delta ???" \delta ???" ?? ?? ?? ? ????) \delta ???" \delta ???" ?? ??1 + ?? 0 ???" 1 ??=1 ?? \delta ???" \delta ???" ?? ??1 ? ? ???$   
 97  $?? \delta ???" \delta ???" ?? ??1 ???" 1 ??=1$

98 le test d'arrêt est simple, il suffit d'avoir : Remarquons que F 1 est toujours plus rentable que F 2 même si  
 99 elles ont un revenu de base identique et un taux de variation de F 1 qui est inférieur à celui de F 2 . Ceci étant

100 dû au fait que les dépenses de F 1 sont inférieur à ceux de F 2 .?? ?? = | δ ???"δ ???" ??+1 ? δ ???"δ ???" ?? | < ??  
101 donnée.

102 Remarquons également que F 4 est la plus rentable parmi les quatre filières, même avec la plus petite valeur  
103 du taux de variation (1%), c'est une conséquence directe du fait que le revenu de base est élevé en comparaison  
104 à ceux des autres filières étudiées.

## 105 **6 a) Commentaire sur les graphes obtenus Nous constatons que**

106 Les fonctions sont presque constante jusqu'à une valeur à partir de la quelle il varie rapidement (presque  
107 exponentiellement). Cela peut être expliqué par le recouvrement des coûts d'un certain nombre d'années  
108 d'activités professionnelles.

109 La figure ??, qui contient les courbes de diverses situations, montre l'influence des deux données à savoir le  
110 revenu ainsi que le taux de sa variation. Nous pouvons conclure qu'on peut classifier en trois grandes catégories  
111 socioprofessionnelles la rentabilité d'un système éducatif à partir des trois possibilités : -Salaire de base faible  
112 avec un taux de variation élevé. -Salaire de base élevé avec un taux de variation faible. -Salaire de base élevé  
113 avec un taux de variation élevé.

114 Une étude numérique nécessite des données réelles, chose que nous désirons faire dans un travail ultérieur.

115 V.

## 116 **7 CONCLUSION**

117 La modélisation générale du bilan de rentabilité, nous a donné un polynôme très particulier dont la racine  
118 représente la rentabilité. L'existence et l'unicité sont assurées par une étude analytique de ce polynôme.

119 La technique numérique proposée complète cette étude en appliquant ce travail sur des données liées au système  
120 éducatif au MAROC. Dans un prochain papier, nous chercherons la rentabilité d'une formation durant N année  
121 au lieu d'une seule année. Nous travaillerons également sur la notion de moyenne via une écriture de groupe où  
lieu d'un individu. <sup>1 2 3</sup>



10

Figure 1: ? 1 ??=0 = 0

122

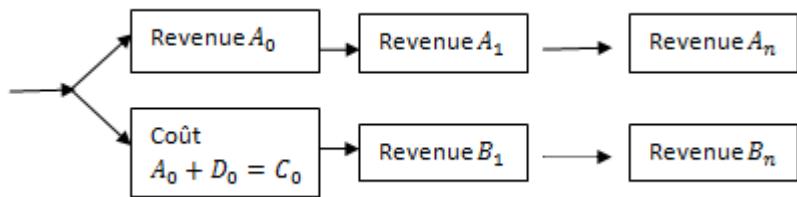
<sup>1</sup>Dans un travail en cours de rédaction, nous cherchons la rentabilité d'une formation préparée sur N année, et nous tenons compte de la durée du chômage qui est une réalité sociale, ce qui rend l'écriture mathématique plus générale.

<sup>2</sup>Les coûts directs sont des coûts liés à la poursuite des études (les droits d'inscriptions, l'accès à la bibliothèque, les activités sportives...).

<sup>3</sup>La plus petite espérance de vie est 32 de Swaziland.(T >32), pour cette raison il est très difficile, voire

## 7 CONCLUSION

---

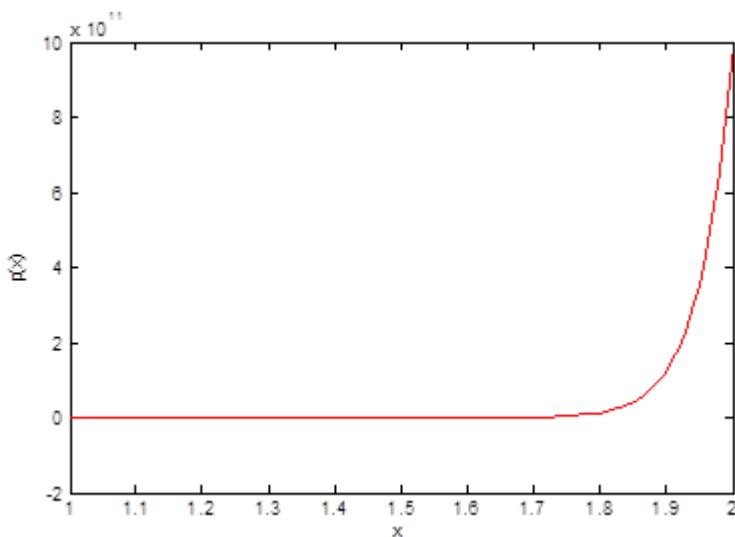


11

Figure 2: 1 ) = 1 ?

	<i>F<sub>1</sub></i>	<i>F<sub>2</sub></i>	<i>F<sub>3</sub></i>	<i>F<sub>4</sub></i>
Dépense	4515.36	9030.72	13546.08	9030.72
Revenus	8127.648	8127.648	8127.648	13546.08
Taux	1%	1.2%	1.3%	1%

Figure 3:



23

Figure 4: Figure : 2 Figure : 3

Figure 5:

---

Year leurs caractéristiques  
2014 (Hamidou Nacuzon  
Sall), l'un des axes

( E E  
)  
Global  
Jour-  
nal  
of  
Hu-  
man  
So-  
cial  
Sci-  
ence

-  
Author ?: Professeur d'enseignement supérieur, Faculté Sciences et Technique Fès MAROC. e-mail: khomsixmath@yahoo.fr des Author ?: Étudiant doctorante chercheur au Laboratoire de Modélisation et Calcul Scientifique Faculté des Sciences et Technique Fès MAROC. e-mail: Ghizlane.CHAIBI@usmba.ac.ma

?? -Le taux d'actualisation à utiliser noté ?? est le taux de ?? (2) rentabilité minimum exigé par l'entreprise. Théoriquement, ce taux représente le coût des capitaux utilisés par l'entreprise. -Le taux de rentabilité d'un projet noté (TRI) est le taux d'actualisation qui donne une VAN nulle, il est utilisé comme critère d'élimination ou comme critère de comparaison entre les projets de même nature (REVERDY, 1997). b) Rentabilité interne d'une année Un étudiant venant de terminer un niveau donné, peut soit passer à un niveau supérieur, soit arrêter ses études pour intégrer le milieu professionnel

(GRAVOT, 2007). Dans le premier cas il obtiendra un flux de revenus évalué à ?? 0 l'année suivante, ?? 1 la deuxième année,..., ?? ??? la n ième année. Dans le deuxième cas, s'il continue ses études une année supplémentaire, il subira pendant cette

année des coûts directs 2 et indirects 3 ?? 0 et des coûts

© 2014 Global Journals  
Inc. (US)

[Note: d'opportunité]

Figure 6:

## **7 CONCLUSION**

---

Pour compléter cette modélisation, nous allons définir trois inégalités :

-Le bon sens de la modélisation impose que  
? ? ? ? {1,2, ?, ??} ?? ?? > ?? ?? car il n'y a aucun intérêt  
d'ajouter une année d'étude sans avoir un impact  
économique, sauf cause culturelle, qui n'est pas  
l'objectif dans ce papier.

[Note: 3 Les coûts indirects sont des dépenses spécifiques liées aux études (achat de livres, de polycopiés...).4 Le coût d'opportunité des études c'est le profil de revenus auxquels peut prétendre l'étudiant qui s'arrête les études au niveau de référence.-]

Figure 7:

---

impossible d'exprimer ses zéros à partir de ses coefficients. Par conséquent, nous étudions le polynôme comme une fonction analytique.

- 
- 123 [Gravot ()] *E\_Thème N1: Capital Humain et Demande de Formation Initiale*, P Gravot . 2007.
- 124 [Temple ()] *Effet de l'éducation et du capital social sur la croissance dans les pays de l'OCDE*, Temple . 2001.  
125 (Revue Economique de l'OCDE)
- 126 [Reverdy ()] *Evaluation de la Rentabilité Economique d'un projet d'Investissement*, Reverdy . 1997.
- 127 [Nathalie (2006)] *Finance d'entreprise, chapitre 2 la décision de l'investissement*, G Nathalie . 29-6-2006.
- 128 [Hamidou Nacuzon Sall] J M Hamidou Nacuzon Sall . *Mesure et évaluation en éducation*, 19.
- 129 [Khoti ()] *Le Rendement de l'Education*, Khoti . 1964. p. e5.
- 130 [Table : 2 La variation de la rentabilité avec l'espérance de vie] *Table : 2 La variation de la rentabilité avec  
131 l'espérance de vie*,